

# 基於床沙垂直位置分佈特性的泥沙起動流速研究

INCIPIENT MOTION VELOCITY OF SEDIMENT BASED ON THE VERTICAL DISTRIBUTION CHARACTERISTICS  
OF BED SEDIMENT POSITION

西北農林科技大學  
水利與建築工程學院  
博士研究生

許曉陽  
Xiao-Yang Xu

西北農林科技大學  
水利與建築工程學院  
教授

張根廣\*  
Gen-Guang Zhang

西北農林科技大學  
水利與建築工程學院  
博士研究生

周雙  
Shuang Zhou

## 摘要

泥沙起動流速對泥沙運動力學的理論發展及水利工程的實際應用具有重要意義。為進一步分析泥沙起動的隨機特性，引入全概率的概念，採用滾動起動模式，推導了反映水流條件隨機性和床沙垂直位置分佈規律的泥沙起動概率公式；以泥沙起動概率定義泥沙起動標準，得到泥沙起動概率與起動標準的一一對應關係，並構建了可反映泥沙起動隨機特性的起動流速公式。採用實測資料，對本文公式進行了驗證，同時與經典的起動流速公式和基於同理論的起動泥沙流速公式進行了對比分析，結果表明，在不同的起動標準下，本文公式均具有較高的計算精度。

**關鍵詞：**均勻沙、瞬時流速、顆粒位置、起動概率、起動流速。

## INCIPIENT MOTION VELOCITY OF SEDIMENT BASED ON THE VERTICAL DISTRIBUTION CHARACTERISTICS OF BED SEDIMENT POSITION

**Xiao-yang Xu**

Northwest A&F University  
College of Water Resources and  
Architectural Engineering

**Gen-guang Zhang\***

Northwest A&F University  
College of Water Resources and  
Architectural Engineering

**Shuang Zhou**

Northwest A&F University  
College of Water Resources and  
Architectural Engineering

### ABSTRACT

The incipient motion velocity of sediment is of great significance to the theoretical development of mechanics of sediment movement and the practical application of water conservancy projects. In order to further analyze the random characteristics of incipient sediment motion, the concept of total probability is introduced, and the rolling start mode is adopted to derive the sediment entrainment probability formula reflecting the randomness of water flow conditions and the vertical distribution of sediment positions. The sediment initiation standard is defined by the sediment entrainment probability, and the one-to-one correspondence between the sediment entrainment probability and the initiation standard is obtained, and finally the incipient motion velocity formula which fully reflects the random characteristics of sediment initiation is constructed. The actual measurement data is used to verify the formula in this paper. At the same time, it is compared and analyzed with the classic incipient motion velocity formula and the incipient motion velocity formula using the same theory. The results show that the formula in this paper has higher calculation accuracy under different starting standards.

**Keywords:** Uniform sediment, Instantaneous velocity, Position of bed sediment, Entrainment probability, Incipient motion velocity.

## 一、前言

泥沙起動流速是泥沙起動臨界條件的重要衡量標準之一。早在 1753 年，布朗姆斯就提出了泥沙起動流速與泥沙重量的 1/6 次方成正比(錢寧等, 1983)，自此以後，學者們在泥沙起動流速公式方面做了大量研究工作，並取得了不少研究成果。例如，在早期研究中，通過試驗資料獲得的沙漠夫公式、何之泰公式、南京水利試驗處公式等(李保如, 1959；張瑞瑾, 1998)；通過理論分析和試驗研究得到的岡恰洛夫公式、維里加諾夫公式、列維公式等(李保如, 1959)。由於在早期研究中，大多數學者並沒有考慮細泥沙對起動的影響，因此，後期部分學者給出了適用於粗、細泥沙顆粒的統一起動流速公式(張瑞瑾, 1998；楊美卿等, 1995)，例如，沙玉清公式、張瑞瑾公式、唐存本公式。同時像希爾茲等人從拖曳力角度研究不同雷諾數下的起動條件一樣，不少學者也嘗試將起動流速與雷諾數建立關係，以期得到能夠反映不同水流條件影響的起動流速公式，例如，李保如(1959)公式、鄭兆珍及王尚毅(1962)公式和克諾洛茲公式(錢寧等, 1983)、李保如修正公式(蔡蓉蓉等, 2019)等，但是由於泥沙起動流速問題的複雜性，該問題並沒有很好地解決。

隨著對泥沙起動認知的不斷深入，人們逐漸意識到泥沙起動受水流條件隨機性以及床沙位置分佈特性的雙重影響，因此，一些學者們綜合考慮上述兩因素的影響，對泥沙起動流速公式進行了研究，例如，格斯勒等(錢寧等, 1983)、劉興年等(2000)在分別考慮水流條件隨機性和床沙位置分佈特性的基礎上，對粗、細化床面上泥沙顆粒的起動規律進行了研究，郭志學等(2002)、馬菲等(2010)考慮近底水流結構和床沙位置分佈特性的影響，分別建立了泥沙起動流速公式，冷魁等(1994)、張小峰等(1995)、孫志林等(1997；2007)、竇國仁(1999)、何文社等(2002；2003)、楊奉廣等(2009)、吳岩等(2012)在考慮床沙位置分佈特性的基礎上，採用起動概率作為起動標準，建立了各自的泥沙起動流速公式。近年來，經泥沙研究學者們的不懈努力，在泥沙起動流速隨機特性方面，又取得了不少新的研究成果，例如，周雙等(2015a)、吳章松等(2017)、張根廣等(2016)、李林林等(2017；2018)在泥沙顆粒暴露度試驗研究的基礎上，採用滾動或滑動運動模式，將泥沙起動概率引入到泥沙起動中，分別推導得到了無粘性均勻沙的泥沙起動流速公式。需要指出的是，儘管人們已經認識到泥沙起動具有隨機性，並從水流條件的隨機性和床沙位置分佈特性入手，對泥沙起動流速進

行了研究，但卻忽略了床沙位置的分佈規律，在理論分析中僅考慮了床沙位置分佈期望值的影響，並且泥沙起動標準的制定，也並未考慮床沙位置分佈規律的影響，造成現有的泥沙起動流速公式未能如實反映泥沙起動的隨機規律。

鑒於此，本文對泥沙起動流速的隨機特性進行了分析，以概率論與力學分析相結合的方式，採用滾動起動模式，建立考慮水流條件隨機性和床沙垂直位置分佈規律的起動概率公式，並以此重新定義泥沙起動標準，最終構建能夠反映水流條件隨機性和床沙垂直位置分佈規律的起動流速公式。

## 二、泥沙起動的隨機特性分析

隨著水流強度的逐步增加，泥沙顆粒逐漸由靜止進入運動狀態，決定這一臨界狀態的水流條件稱為泥沙起動條件(錢寧等, 1983)，這一概念在物理意義上是明確的，也是清晰的，但因為床沙垂直位置的分佈規律和水流條件的隨機性，使泥沙由靜止到運動成為隨機性事件，也即泥沙起動具有隨機性。

### 2.1 床沙垂直位置分佈特性

泥沙顆粒在床面的相對位置可由泥沙顆粒暴露度  $\Delta$  或暴露角  $\theta$  來確定，見圖 1。韓其為等(1984)採用暴露度  $\Delta$  來量化床面泥沙顆粒位置關係，並定義相對暴露度為  $\Delta' = \Delta/D$  ( $D$  為泥沙粒徑，m)，進而假定相對暴露度  $\Delta'$  符合均勻分佈，而周雙、張根廣等(2015b)採用暴露角  $\theta$  來量化床面泥沙顆粒位置關係，並通過自行設計的試驗裝置，對暴露角  $\theta$  的分佈規律進行了試驗測量，統計分析結果表明，暴露角  $\theta$  基本符合正態分佈規律，其概率密度函數為：

$$f(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(\theta-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}}, 0 < \theta < 1.57 \dots\dots\dots(1)$$

式中， $\mu_1$  為暴露角  $\theta$  的均值，取值為 0.79 rad； $\sigma_1$  為暴露角  $\theta$  的均方差，取值為 0.30 rad。

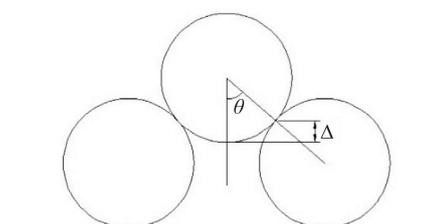


圖 1 泥沙顆粒暴露度及暴露角示意

## 2.2 近底水流的隨機性

水流條件的隨機性主要體現為近底瞬時流速  $u_b$  的脈動特性，就其分佈規律而言(王愉樂等, 2019)，少數學者認為其服從對數正態分佈規律，而大部分學者認為其服從正態分佈規律，因此，本文認為近底瞬時流速服從正態分佈規律，其概率密度函數為：

$$f(u_b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(u_b - \bar{u}_b)^2}{2\sigma_2^2}} \dots\dots\dots(2)$$

式中， $\bar{u}_b$  為近底瞬時流速  $u_b$  的時均值，m/s； $\sigma_2$  為近底瞬時流速  $u_b$  的均方差，取  $\sigma_2 = 0.37\bar{u}_b$  m/s (韓其為等, 1984)。

## 三、泥沙受力分析及起動規律

### 3.1 泥沙顆粒受力分析

均勻無粘性泥沙顆粒，在水流作用下，主要受拖曳力  $F_D$ 、上舉力  $F_L$ 、水下重力  $G$ ，見圖 2，表達形式分別為：

$$F_D = C_D \frac{\pi \rho}{4} D^2 u_b^2 \dots\dots\dots(3)$$

$$F_L = C_L \frac{\pi \rho}{4} D^2 u_b^2 \dots\dots\dots(4)$$

$$G = \frac{\pi}{6} (\rho_s - \rho) g D^3 \dots\dots\dots(5)$$

式中， $C_D$  為拖曳力係數，對於均勻沙而言，在紊流條件下，取  $C_D = 0.4$  基本無爭議(韓其為, 1999)； $C_L$  為上舉力係數，Einstein (1949)取  $C_L = 0.178$ 、韓其為等(1999)取  $C_L = 0.1$ 、Cheng *et al.*(2003)取  $C_L = 0.25$  和 Wu *et al.* (2002)取  $C_L = 0.18$  及 0.21，目前尚無定論，本文將取  $C_L = 0.1$ ，與韓其為等(1999)的取值一致； $u_b$  為作用在泥沙顆粒上的近底瞬時作用流速，m/s； $\rho_s$  為泥沙顆粒的密度，取  $2,650 \text{ kg/m}^3$ ； $\rho$  為水的密度，取  $1,000 \text{ kg/m}^3$ ； $g$  為重力加速度，取  $9.81 \text{ m/s}^2$ 。

### 3.2 泥沙起動規律

採用滾動起動模式，由力矩平衡方程可得：

$$F_D L_D + F_L L_L = G L_G \dots\dots\dots(6)$$

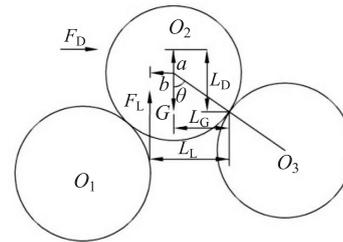


圖 2 泥沙顆粒受力分析

式中， $L_D$ 、 $L_L$ 、 $L_G$  分別為拖曳力、上舉力和水下重力的力臂。

根據力臂與暴露角  $\theta$  的幾何關係，由圖 2 可得：

$$L_D = a + R \cos(\theta)$$

$$L_L = b + R \sin(\theta) \dots\dots\dots(8)$$

$$L_G = R \sin(\theta) \dots\dots\dots(9)$$

式中， $R$  為所研究泥沙顆粒的半徑； $a$  和  $b$  分別為拖曳力和上舉力到泥沙顆粒中心的垂直距離，對於均勻沙而言，泥沙顆粒對水流結構的影響發生在有限範圍內，即  $1.2D \sim 1.5D$ ，在該範圍內近底對數流速分佈可用拋物線分佈代替，而韓其為(1984)認為，當流速按拋物線分佈時，有  $a = b = R/3$ 。

將式(3)~(5)和式(7)~(9)帶入式(6)，可得泥沙顆粒的瞬時起動流速公式為：

$$u_{b,c} = \omega_1 \phi(\theta) \dots\dots\dots(10)$$

式中， $u_{b,c}$  為臨界瞬時起動流速，m/s；

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\rho_s - \rho}{\rho} g D} ;$$

$$\phi(\theta) = \sqrt{\frac{R \sin(\theta)}{C_D [a + R \cos(\theta)] + C_L [b + R \sin(\theta)]}} .$$

式(10)為床面表層某一顆粒位置處的泥沙瞬時起動流速公式。

## 四、泥沙起動流速公式的建立

### 4.1 泥沙起動的全概率

對於均勻沙而言，粒徑  $D$  是確定的，因此決定泥沙起動的只有二個隨機變量，即水流瞬時底速  $u_b$  和暴露角  $\theta$ 。

由式(6)可得泥沙起動概率  $\varepsilon_1$  為：

$$\varepsilon_1 = P\{F_D L_D + F_L L_L \geq GL_G\} \dots\dots\dots(11)$$

式中， $\varepsilon_1$  為只考慮近底瞬時流速  $u_b$  隨機性的泥沙起動概率。

將式(3)~(5)和式(7)~(9)帶入式(11)可得：

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= P\{u_b^2 \geq \omega_1^2 \phi^2(\theta)\} \\ &= 1 - P\{-\omega_1 \phi(\theta) \leq u_b \leq \omega_1 \phi(\theta)\} \end{aligned} \dots\dots\dots(12)$$

由於近底瞬時作用流速  $u_b$  符合正態分佈(韓其為, 1982)，則可對  $u_b$  做標準化處理：

$$X = \frac{u_b - \bar{u}_b}{\sigma_2} \sim N(0,1) \dots\dots\dots(13)$$

近底流速時均值採用竇國仁(1999)的時均流速分佈公式：

$$\begin{aligned} \frac{\bar{u}_b}{u_*} &= 2.5 \ln(1 + 20y/\xi) \\ &+ 7.05 \left(\frac{20y/\xi}{1 + 20y/\xi}\right)^2 \dots\dots\dots(14) \\ &+ 2.5 \left(\frac{20y/\xi}{1 + 20y/\xi}\right) - 8.55 \end{aligned}$$

式中， $u_*$  為摩阻流速，m/s； $y$  為近底瞬時流速作用點高度，本文取  $y = 2/3D$  (韓其為等, 1984)； $\xi$  為床面粗糙度，均勻沙取  $\xi = D$ 。

則由式(14)可得：

$$\bar{u}_b = 6.53u_* \dots\dots\dots(15)$$

同時令：

$$\theta = \frac{\rho u_*^2}{(\rho_s - \rho)gD} \dots\dots\dots(16)$$

式中， $\theta$  為無因次水流強度。

將式(13)、(15)~(16)帶入式(12)可得：

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\phi'(\theta, \theta)}^{\phi''(\theta, \theta)} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \dots\dots\dots(17)$$

式中， $\phi'(\theta, \theta) = 0.478 \sqrt{\frac{\phi^2(\theta)}{\theta}} - 2.7$ ；

$$\phi''(\theta, \theta) = -0.478 \sqrt{\frac{\phi^2(\theta)}{\theta}} - 2.7。$$

由於近底瞬時流速  $u_b$  和暴露角  $\theta$  均為隨機變量，可由式(1)、(17)得泥沙起動全概率為(韓其為等, 1999; Li, 2019)：

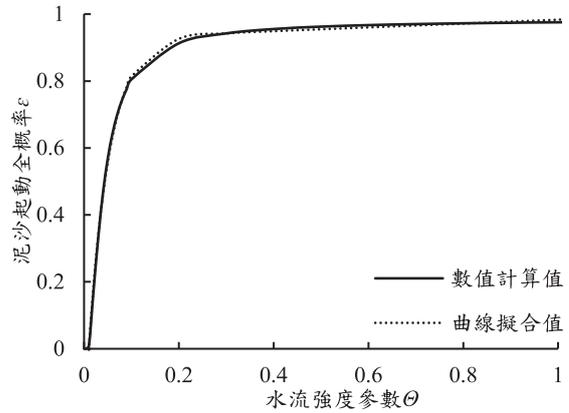


圖 3 泥沙起動全概率與水流強度的關係

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\phi'(\theta, \theta)}^{\phi''(\theta, \theta)} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \right] \int_0^{\theta_0} f(\theta) d\theta \\ &= \int_0^{\theta_0} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\phi'(\theta, \theta)}^{\phi''(\theta, \theta)} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \right] f(\theta) d\theta \dots\dots\dots(18) \\ &= F(\theta_0, \theta) \end{aligned}$$

式中： $\theta_0$  為泥沙顆粒在某一位置處的暴露角； $F(\theta_0, \theta)$  為暴露角  $\theta_0$  和無因次水流強度  $\theta$  的函數。

鑒於式(18)不能直接求解，採用 MATLAB 對其進行數值求解，同時對其進行曲線擬合，見圖 3，最終可得如下計算公式：

$$\varepsilon = F(\theta_{max}, \theta) = a \exp(b\theta) + c \exp(d\theta)$$

式中， $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  為常數項，分別取值為  $a = 0.9267$ 、 $b = 0.0591$ 、 $c = -1.1670$  及  $d = -22.8800$ 。

## 4.2 泥沙起動標準的選擇

由於泥沙起動是典型的概率性事件，便涉及到泥沙起動標準的問題。H.Kramer (錢寧等, 1983) 曾將泥沙顆粒起動標準定性為四個階段：無泥沙起動、輕微的泥沙運動、中等強度的泥沙運動以及普遍的泥沙運動，而竇國仁(1999)則在水流脈動流速的研究基礎上，對 H.Kramer 提出的後三種起動狀態進行了量化：

- (1)弱動： $\varepsilon = P[u_b > u_c = \bar{u}_c + 3\sigma_2 = 2.11\bar{u}_c] = 0.0014$ ；
- (2)中動： $\varepsilon = P[u_b > u_c = \bar{u}_c + 2\sigma_2 = 1.74\bar{u}_c] = 0.0228$ ；
- (3)普動： $\varepsilon = P[u_b > u_c = \bar{u}_c + \sigma_2 = 1.37\bar{u}_c] = 0.1585$ ；

何文社等(2002)曾採用同樣的方法，對強動起動狀態進行了量化：

- (4)強動： $\varepsilon = P[u_b > u_c = \bar{u}_c] = 0.5$ ；

錢寧等(1983)曾對泥沙的起動標準進行了探討，

認為竇國仁在定義泥沙起動標準時，雖然考慮了水流條件的隨機性，但卻忽略了床沙位置分佈規律對泥沙起動瞬時底速分佈規律的影響，因此，該定義方法是值得商榷的。

泥沙起動標準的定義應該充分考慮水流條件的隨機性和床沙位置的分佈規律，因此，本文在前人的研究基礎上，仍採用起動概率  $\varepsilon$  來作為泥沙起動標準的量化參數，但選擇起動標準時需使用式(18)或式(19)進行計算。為方便起見仍定義：(1)弱動： $\varepsilon = 0.0014$ ；(2)中動： $\varepsilon = 0.0228$ ；(3)普動： $\varepsilon = 0.1585$ ，應根據起動概率推求其相應的起動標準。

對於起動標準所對應的臨界水流強度參數  $\theta_c$ ，應採用充分考慮水流條件隨機性和床沙垂直位置分佈規律的式(18)或式(19)進行計算，由此可知，本文所定義的泥沙起動標準與前人研究成果有本質區別。

### 4.3 泥沙起動流速公式的建立

當分別以弱動起動概率  $\varepsilon = 0.0014$ 、中動起動概率  $\varepsilon = 0.0228$  和普動起動概率  $\varepsilon = 0.1585$  作為起動標準時，由式(18)可得不同起動標準下的統一臨界水流強度計算公式：

$$\theta_c = F^{-1}(\theta_0, \varepsilon) \dots\dots\dots(20)$$

式中， $F^{-1}(\theta_0, \varepsilon)$  為  $F(\theta_0, \theta)$  的反函數； $\theta_c$  的為臨界水流強度。在起動標準確定條件下， $\theta_c$  可由式(19)計算得到。以下將由  $\theta_c$  推求起動流速。

由式(16)可得：

$$u_{*c} = \sqrt{\theta_c (\rho_s - \rho) g D / \rho} \dots\dots\dots(21)$$

式中， $u_{*c}$  為臨界摩阻流速。

根據韓其為等(1999)的研究成果，垂線平均流速  $V$  與摩阻流速  $u_*$  的關係為：

$$\frac{V}{u_*} = \frac{V}{\sqrt{gHJ}} = 6.5 \left(\frac{H}{D}\right)^{\frac{1}{4+\lg(\frac{H}{D})}} \dots\dots\dots(22)$$

式中， $J$  為水力坡度； $H$  為水深。

將式(21)帶入式(22)，可得到不同起動標準下的一垂線平均流速  $V$  為：

$$V = 6.5 \sqrt{\theta_c (\rho_s - \rho) g D / \rho} \left(\frac{H}{D}\right)^{\frac{1}{4+\lg(\frac{H}{D})}} \dots\dots\dots(23)$$

鑒於自然界的泥沙顆粒極為少為標準球體，本文引入韓其為等(1999)提出的扁度係數  $f(\lambda)$ ，以體現泥沙顆粒形狀對泥沙起動流速的影響，則本文公式可修正為：

$$V = f(\lambda) 6.5 \sqrt{\theta_c (\rho_s - \rho) g D / \rho} \left(\frac{H}{D}\right)^{\frac{1}{4+\lg(\frac{H}{D})}} \dots\dots\dots(24)$$

式中， $f(\lambda)$  取 2.1。

## 五、泥沙起動流速公式的驗證及對比分析

在泥沙起動試驗研究中，為便於試驗測量，學者們往往以泥沙起動流速所對應的中動和普動作為起動標準。因此，為驗證本文公式的適用性，採用中動和普動的試驗資料對本文起動流速公式進行檢驗。

本文採用竇國仁(1999)的試驗資料及其收集的國內外其他學者的泥沙起動資料，整理出沙粒起動流速資料和小礫石起動流速資料，其粒徑範圍分別為 0.06 mm ~ 2 mm 和 2 mm ~ 16 mm；由於實測資料均由水槽試驗獲得，此時床面泥沙基本上處於中動狀態，故本文選擇中動起動標準，對計算公式進行驗證，見圖 4。同時採用了韓其為等(1984)整理的前蘇聯 АНГара 河泥沙起動流速實測資料，由於試驗水深一般可達 10 m，其床面泥沙顆粒的起動現象已不能用肉眼觀測，通常採用推移質輸沙率實測資料進行泥沙起動推估，此時床面泥沙起動一般已處於普動狀態，故採用普動起動標準，對本文公式進行了驗證，見圖 4。就總體而言，本文之所以選擇中動或普動，是為了對應於實測資料中動或普動標準。同時，由於在泥沙起動試驗研究中，泥沙起動標準的選擇具有主觀性，會造成泥沙起動標準的不一致性，這也是本文進行實測資料驗證時所選擇起動標準不一致的原因之一。

由圖 4 可知，本文起動流速公式計算結果與試驗結果整體符合良好，較為均勻的分佈在最佳值兩側，雖然計算值與實測值存在一定的誤差，但兩者沒有系統的偏離，因此，在不同起動標準下本文公式均具有較高的計算精度。

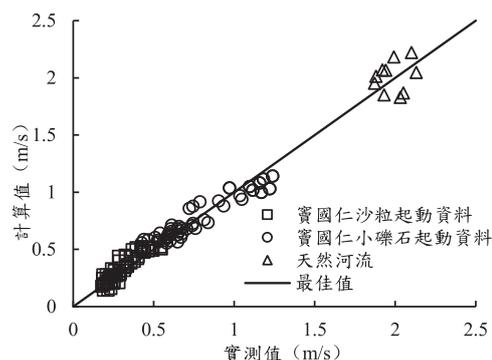


圖 4 泥沙起動流速公式的驗證

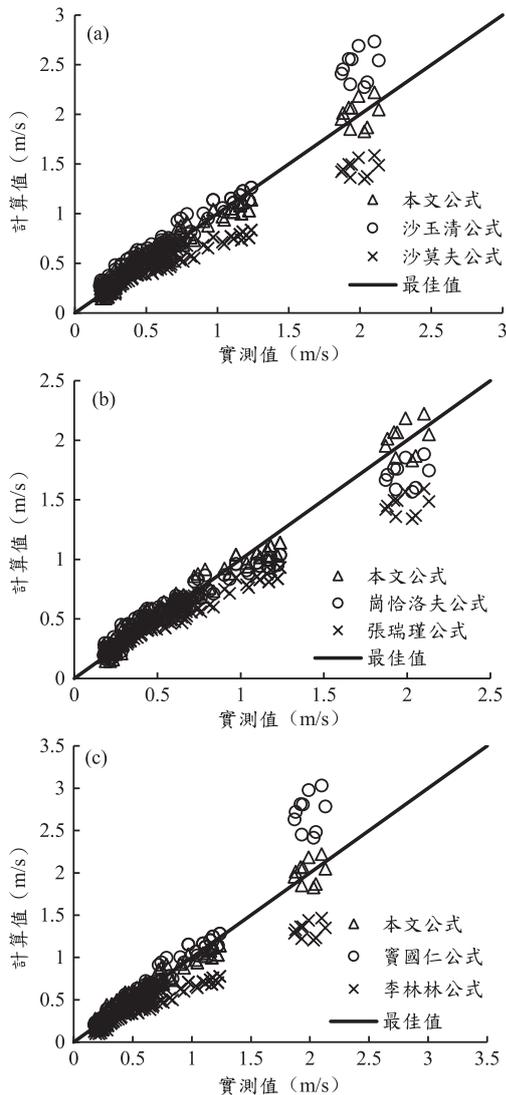


圖 5 泥沙起動流速公式的對比分析：(a)泥沙起動流速公式的對比分析 1；(b)泥沙起動流速公式的對比分析 2；(c)泥沙起動流速公式的對比分析 3

為更好的驗證本文公式的合理性，將本文公式計算結果與經典的沙玉清公式(楊美卿等, 1995)、沙莫夫公式(張瑞瑾, 1998)、崗恰洛夫公式(李保如, 1959)和張瑞瑾(1998)公式的計算結果進行對比分析，同時還與採用相同理論的寶國仁(1999)公式和李林林(2018)公式的計算結果進行對比分析，見圖 5。

由圖 5(a)可知，沙玉清公式計算值整體稍微偏大，而沙莫夫公式在  $V \leq 0.5 \text{ m/s}$  時，計算值與實測值符合良好；當  $V > 0.5 \text{ m/s}$  時，計算值整體偏小。由圖 5(b)可知，崗恰洛夫公式和張瑞瑾公式在  $V \leq 0.5 \text{ m/s}$  時，計算值與實測值符合良好；當  $V > 0.5 \text{ m/s}$  時，計算值整體偏小，而張瑞瑾公式的偏差相對更大。由圖 5(c)可知，在  $V \leq 1.5 \text{ m/s}$  時，採用相同理論的寶國仁公

式和李林林公式相比，具有更高的計算精度，與本文公式計算精度相當，而李林林公式計算值整體偏小；當  $1.5 \text{ m/s} \leq V$  時，二者均存在較大偏差。此外，由圖 5 不難發現，對於天然河流的實測資料，各公式均具有較大的計算誤差，而本文公式具有較高的計算精度。綜上所述，本文公式具有更高的計算精度，且具有較簡單的公式結構，同時可適用於天然河流泥沙起動流速的計算。

## 六、結論

基於水流條件的隨機性和床沙垂直位置的分佈規律，分析了泥沙起動流速的隨機特性，並引入全概率的概念，採用概率論和力學分析相結合的方法，推導了綜合考慮水流條件隨機性和床沙垂直位置分佈規律的泥沙起動全概率公式；以泥沙起動全概率公式重新定義泥沙起動標準，並構建了能夠反映泥沙起動隨機特性的起動流速公式。對不同起動標準下的泥沙起動流速公式進行了驗證，同時與經典的起動流速公式和基於同理論的起動流速公式進行了對比分析，結果表明，當粒徑範圍為  $0.06 \text{ mm} \sim 16 \text{ mm}$  和起動流速範圍為  $0.17 \text{ m/s} \sim 2.13 \text{ m/s}$  時，在不同的泥沙起動標準下，本文公式均具有較高的計算精度，且可用于天然河流條件下泥沙起動流速的計算。

## 致謝

感謝中國國家自然科學基金委員會(National Natural Science Foundation of China, NO.51879227; NO.51279170)提供科研經費，使本研究得以順利完成。

## 參考文獻

1. Cheng, N.S., Adrian, W.K.L., and Lim, S.Y., "Probability distribution of bed particle instability," *Advances in Water Resources*, Vol.26, No.4, pp.427-433, 2003.
2. Einstein, H.A., "Hydrodynamic forces on a rough wall," *Reviews of Modern Physics*, Vol.21, pp.520-524, 1949.
3. Li, L.L., Zhang, G.G., and Zhang, J.J., "Formula of bed-load transport based on the total threshold probability," *Environmental Fluid Mechanics*, Vol.19, No.02, pp.

- 569-581, 2019.
4. Wu, F.C., and Lin, Y.C., "Pickup probability of sediment under log-normal velocity distribution," *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.128, No. 4, pp. 438-442, 2002.
  5. 王愉樂、張根廣、陳學彪：『二維床面均勻沙雙向位置特性及起動概率研究』，臺灣水利，第 67 卷第 2 期，pp.30-39，2019。
  6. 李保如：『泥沙起動流速的計算方法』，泥沙研究，第 1 期，pp.73-79，1959。
  7. 冷魁、王明甫：『無粘性非均勻沙起動規律探討』，水力發電學報，第 2 期，pp.57-65，1994。
  8. 何文社、方鐸、楊具瑞、曹叔尤：『泥沙起動流速研究』，水利學報，第 10 期，pp.51-56，2002。
  9. 何文社、曹叔尤、劉興年：『不同底坡的均勻沙起動條件』，水利水運工程學報，第 3 期，pp.23-26，2003。
  10. 吳岩、韓其為、白玉川：『斜坡上非均勻沙分組起動流速』，天津大學學報，第 45 卷第 3 期，pp.209-214，2012。
  11. 吳彰松、張根廣、寇潭、高遠、李林林：『基於概率統計理論的泥沙起動流速研究』，長江科學院院報，第 34 卷第 7 期，pp.7-11，2017。
  12. 李林林、張根廣、王愉樂：『任意坡面上均勻沙起動概率及起動流速的計算公式』，泥沙研究，第 43 卷第 3 期，pp.38-43，2018。
  13. 李林林、張根廣：『彎道岸坡上粗細泥沙統一起動流速公式』，水動力學研究與進展(A 輯)，第 32 卷第 3 期，pp.380-388，2017。
  14. 周雙、張根廣、梁宗祥、邢茹：『斜坡上均勻散粒體泥沙的起動流速研究』，泥沙研究，第 4 期，pp.7-13，2015。
  15. 周雙、張根廣、王新雷：『均勻泥沙相對暴露度的實驗研究』，泥沙研究，第 6 期，pp.40-45，2015。
  16. 郭志學、方鐸、曹叔尤、劉興年：『近底水流結構對非均勻沙起動影響的研究』，四川大學學報(工程科學版)，第 6 期，pp.24-27，2002。
  17. 馬菲、韓其為、李大鳴：『非均勻沙分組起動流速』，天津大學學報，第 43 卷第 11 期，pp.977-980，2010。
  18. 孫志林、謝鑾衡、段文忠、謝葆玲：『非均勻沙分級起動規律研究』，水利學報，第 10 期，pp.26-33，1997。
  19. 孫志林、黃賽花、祝麗麗：『黏性非均勻沙的起動概率』，浙江大學學報(工學版)，第 41 卷第 1 期，pp.18-22，2007。
  20. 張瑞瑾：『河流泥沙動力學』，中國水利水電出版社，北京，1998。
  21. 張小峰、謝葆玲：『泥沙起動概率與起動流速』，水利學報，第 10 期，pp.53-59，1995。
  22. 張根廣、周雙、邢茹、梁宗祥：『基於相對暴露度的無黏性均勻泥沙起動流速公式』，應用基礎與工程科學學報，第 24 卷第 4 期，pp.688-697，2016。
  23. 楊美卿、王桂玲：『粘性細泥沙的臨界起動公式』，應用基礎與工程科學學報，第 5 卷第 1 期，pp.99-109，1995。
  24. 楊奉廣、劉興年、黃爾、楊克君、曹叔尤：『唐家山堰塞湖下游河床泥沙起動流速研究』，四川大學學報(工程科學版)，第 41 卷第 3 期，pp.84-89，2009。
  25. 鄭兆珍、王尚毅：『散粒體泥沙起動條件之研究』，天津大學學報，第 0 期，pp.17-40+152，1962。
  26. 蔡蓉蓉、張羅號、張紅武：『李保如泥沙起動流速公式修正研究』，水利學報，第 50 卷第 5 期，pp.547-554，2019。
  27. 劉興年、曹叔尤、黃爾、彭清娥、李昌志：『粗細化過程中的非均勻沙起動流速』，泥沙研究，第 4 期，pp.10-13，2000。
  28. 錢寧、萬兆惠：『泥沙運動力學』，科學出版社，北京，1983。
  29. 韓其為、何明民：『泥沙運動統計理論』，科學出版社，北京，1984。
  30. 韓其為、何明民：『泥沙起動規律及起動流速』，科學出版社，北京，1999。
  31. 韓其為：『泥沙起動規律及起動流速』，泥沙研究，第 2 期，pp.11-26，1982。
  32. 竇國仁：『再論泥沙起動流速』，泥沙研究，第 6 期，pp.3-5，1999。

收稿日期：民國 109 年 11 月 27 日  
修改日期：民國 110 年 03 月 26 日  
接受日期：民國 110 年 08 月 11 日