

非飽和砂土、坩質壤土及黏土於固定載重下 壓密行爲之理論與數值研究

A Theoretical and Numerical Study on Consolidation Behaviors of Unsaturated of Sand, Silt Loam, and Clay subject to Constant External Loadings

國立成功大學
水利及海洋工程學系
博士候選人

黃鈺涵
Yu-Han Huang

國立成功大學
水利及海洋工程學系
副教授

羅偉誠*
Wei-Cheng Lo

中國科技大學
土木與防災設計系
教授
規劃與設計學院
院長

陳主惠
Chu-Hui Chen

國立成功大學
水利及海洋工程學系
博士班研究生

李哲瑋
Jhe-Wei Lee

摘 要

本研究應用孔彈性理論方程式及兩種非混合流體之應力應變本構關係，推導出含兩項非混合流體之孔隙介質的壓密理論。假設土體表面施加垂直固定壓力，我們利用拉普斯轉換求得在不同排水與不排水邊界下潤濕與非潤濕流體超額壓力及壓密沈陷量的一維解析解。為量化分析非飽和土壤其壓密行爲，我們數值模擬三種不同性質的非飽和土壤(砂土、坩質壤土及黏土)，其孔隙間充滿兩種不可混合之流體(空氣及水)，分別探討不同初始飽和度、邊界條件與土壤性質所造成的影響，並配合無因次孔隙水壓及土壤總沉陷量結果圖相互比較討論其壓密行爲。

根據數值結果得知，開始受壓以低初始飽和度土壤的壓力消散速度為最快，且最快到達壓密沉陷穩定。對於受壓力影響的反應以砂土的速度最快，次之為坩質壤土，變化最慢為黏土；然而黏土的總沉陷量為最大，次之為坩質壤土，而沉陷量最小為砂土，發現此結果與土壤基質統體模數有關。

關鍵詞：孔彈性理論，固定壓力，壓密，總沉陷量，土壤基質統體模數。

ABSTRACT

In this study, a theoretical analysis of consolidation behaviors for an elastic porous

*通訊作者，國立成功大學水利及海洋工程學系副教授，70101 台南市大學路 1 號，lowc@mail.ncku.edu.t

medium containing two immiscible, compressible, viscous fluids is presented based on the theory of poroelasticity and the linear stress-strain relationship. Using Laplace transformation, we derive the analytical solution of the excess pore pressure of the wetting and nonwetting fluids as well as soil settlement for different drained and undrained boundaries under a constant external load. To quantitatively investigate the consolidation process of an unsaturated porous medium, a numerical study was carried out to determine the dimensionless pore water pressure and soil settlement for sand, silt loam and clay whose pore space is simultaneously occupied by air and water as illustrative examples. Then, the effect of fluid saturation, boundary condition, and soil texture on the dimensionless pore water pressure and soil settlement was also examined.

Our numerical results show that the dimensionless pore water pressure dissipates faster as water saturation is lower, in which soil settlement also tends to achieve stable faster. In addition, it is also revealed that sand was the fastest to respond to the external load, followed by silt loam and clay. Lastly, soil settlement is found to be greatest in clay, followed by silt loam and sand, which is mainly dominated by the bulk modulus of solid matrix.

Keywords: Poroelasticity theory, Constant loading, Consolidation, Total settlement, Bulk modulus of solid matrix.

一、前言

台灣地區近年來由於經濟快速成長，沿海地區土地利用型態改變，養殖漁業、農業灌溉、工業用水需求激增，由於地下水成本低廉，因此許多民衆大量開鑿水井抽取地下水。然而目前既有管理制度仍無法完整落實，造成地下水位下降、海水入侵、土地鹽化等問題，導致國土資源喪失，地下水資源耗竭，因此容易產生與地層下陷有關之公共工程設施損壞之問題。根據經濟部水利署已校核之監測數據顯示，台灣西部沿海地區地層持續下陷，速率每年高於3公分，面積總計為1147平方公里。其中以雲林縣境678.6平方公里、彰化縣境內263.4平方公里及嘉義縣境內170平方公里為最嚴重，此三縣沉陷面積非但占總沉陷面積97%，且最大沉陷量為2.36公尺，情況極為嚴峻[胡思聰, 2007]。

然而地層下陷的現象大部分發生在非飽和土壤中，而目前探討壓密沉陷的問題通常以Terzaghi (1943)和Biot (1941)兩者的理論最被廣泛應用。其中Terzaghi (1943)對於孔隙流體的流

動及固體的變形量在方程式中是用一個參數表示，即壓密係數 c_v (coefficient of consolidation)；Biot (1941)是假設壓力由固體及流體來承受，因此建立互制行為(coupled)的方程式，即方程式中的流體項有考慮固體的變形，固體項有考慮流體的壓縮。但上述兩者的理論皆假設土體為飽和之狀態，因此對於未飽和土壤壓密沉陷問題並不適用。

有鑒於實際現地之情況，大部分壓密沉陷的問題是發生於非飽和土壤，且孔隙間常為多相不可混合的流體，如空氣、水及油等。因此本研究應用Lo *et al.* (2005)所提出之多孔隙介質中含有兩項不相容、可壓縮且具有黏滯性流體的孔彈性理論方程式進行研究。此理論考慮土壤固體與孔隙間流體運動時所產生的慣性互制及黏性互制之行為。相較於Terzaghi (1943)的理論只能在土壤為飽和狀態下討論，而Lo *et al.* (2005)的方程式考慮應用在未飽和狀態下，較符合實際土壤的條件，並配合土壤性質及流體性質之參數，進而分析求得孔隙水壓及土壤總沉陷量。

然而透過孔隙水壓的變化可以了解並探討

許多物理的現象，如 Chrysikopoulos *et al.* (2004) 透過實驗研究應力波對於地下水層整治的影響及 Fabian *et al.* (2003) 觀察抽取地下水所引起的地表沉陷現象等問題，因此精確的模擬土壤孔隙間流體的流動為非常重要。蔡(2006)討論十一種土壤且孔隙間流體組合為空氣和水，比較不同土壤性質之壓密沉陷；董(2007)針對孔隙間流體為空氣和水、水和油及空氣和油三種不同之組合，並採用哥倫比亞砂質壤土及林肯砂土的壓密沉陷做比較。上述之研究皆運用 Tuncay *et al.* (1996) 提出之體積平均理論來模擬兩種不可混合的牛頓流體之孔彈性介質的沉陷變化，此理論是用微觀的方式得到質量與動量平衡的方程式。然而蔡(2006)與董(2007)只針對特定邊界條件(即土體上方為透水層與大氣接觸，下方為不透水層)做模擬，因此本研究將對於邊界條件的探討有更完整之描述。

本研究將探討砂土、坩質壤土及黏土三種不同性質之土壤，於土體表面施加垂直固定壓力為 1×10^5 Pa，假設土體深度為 1 公尺，且孔隙間流體為空氣及水的組合(空氣為非濕潤性流體即流體 1，水為濕潤性流體即流體 2)，其中空氣及水在本研究中皆視為可壓縮之流體，模擬三種不同之邊界條件，並配合 Rawls *et al.* (1992) 所提出之土壤性質參數及 Lo *et al.* (2007) 之相關參數透過過程式計算求得結果。主要分析壓密沉陷與孔隙水壓的變化，探討不同土壤初始飽和度、邊界條件與土壤性質的影響，並透過無因次孔隙水壓與土體深度關係及總沉陷量與時間關係之結果相互比較討論。

二、 研究理論

2.1 控制方程式

模擬土壤表面施加固定壓力，並分析土壤壓力及沉陷量的變化。然而沉陷的過程為準靜態之模擬。因此可將方程式中的慣性項忽略，此項的忽略是探討土壤沉陷變化的典型假設[Terzaghi; 1943; Biot, 1956]。本研究應用 Lo *et al.* (2005) 所提出之多孔隙介質中含有兩項不相容、可壓縮且具有黏滯性流體的孔彈性理論方程式，在忽略慣

性項後簡化為：

$$-R_{s1} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} - \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial t} \right) = -\theta_1 \bar{\nabla} p_1 \dots\dots\dots (1.1)$$

$$-R_{s2} \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial t} - \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial t} \right) = -\theta_2 \bar{\nabla} p_2 \dots\dots\dots (1.2)$$

其中 \bar{u}_α 為孔隙介質中 α 項的位移向量，當下標 $\alpha = s$ 表示為固體項， $\alpha = 1$ 為非濕潤性流體(流體 1)， $\alpha = 2$ 為濕潤性流體(流體 2)，其中非濕潤性流體及濕潤性流體的判別是以流體與固體表面的接觸角來定義，當接觸角大於 90° 者為非濕潤性流體，反之小於 90° 則為濕潤性流體。在本文中我們定義空氣為非濕潤性流體，水為濕潤性流體； p_ξ 和 θ_ξ 分別為孔隙流體壓力及流體的體積分數($\theta_\xi = \frac{V_\xi}{V}$)，下標 ξ ($\xi = 1, 2$) 表示非濕潤性流體

及濕潤性流體； $R_{s\xi} (= -\frac{\theta_\xi^2 \eta_\xi}{k_s k_{r\xi}})$ 為流體項與固體項之間的黏滯互制阻力參數，其中 η_ξ 為流體的動力黏滯係數， k_s 為孔隙介質的滲透係數， $k_{r\xi}$ 為孔隙介質與流體的相對滲透係數，且參數 η_ξ 與 $k_{r\xi}$ 之間關係為相對運動率 $B_\xi = \frac{k_{r\xi}}{\eta_\xi}$ [Lake, 1989]。然而將(1.1)及(1.2)式中，對於流體間黏滯互制所造成的黏性阻力參數($R_{12} = R_{21} = 0$)忽略，只保留流體與固體間的黏滯互制造成的黏性阻力參數(R_{s1} 、 R_{s2}) [Gray, 1983]。

2.2 應力-應變關係式

為了模擬流體在土壤孔隙中的傳遞，因此須了解固體和流體之間應力與應變的關係，Lo *et al.* (2005) 根據 Biot (1962) 的模式推導均質且等向的未飽和孔隙介質之應力-應變關係式如下：

$$\bar{t}_s = 2G\bar{e} + [(a_{11} - \frac{2}{3}G)\bar{e} + a_{12}\bar{\epsilon}_1 + a_{13}\bar{\epsilon}_2] \bar{\delta} \dots (2.1)$$

$$-\theta_1 p_1 = a_{12}\bar{e} + a_{22}\bar{\epsilon}_1 + a_{32}\bar{\epsilon}_2 \dots\dots\dots (2.2)$$

$$-\theta_2 p_2 = a_{13}\bar{e} + a_{23}\bar{\epsilon}_1 + a_{33}\bar{\epsilon}_2 \dots\dots\dots (2.3)$$

壓密載重對於未飽和多孔隙介質的影響在

固體項和兩種不可混合的流體之間是以互制的方式反應在方程式當中，其中 \bar{t}_s 為固體項所能承受的應力張量； e 和 ε_ε 分別為固體項與流體項的體積應變量，而固體的應變張量為 $\bar{e} = \frac{1}{2}(\bar{\nabla}u_s + \bar{\nabla}u_s^T)$ ； $\bar{\delta}$ 為單位張量； G 為孔隙介質的

剪力模數； a_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) 為彈性係數，如下：

$$a_{11} = K_s(1 - \phi - \delta_s) \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

$$a_{12} = a_{21} = -K_s\delta_1 \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

$$a_{13} = a_{31} = -K_s\delta_2 \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

$$a_{22} = -\frac{1}{M_1} \left[\left(K_1 K_2 \frac{dS_1}{dp_c} + \frac{K_1 K_2 S_1}{1 - S_1} \frac{dS_1}{dp_c} + K_1 S_1 \right) \delta_1 + \frac{K_1 K_2 S_1 \phi}{1 - S_1} \frac{dS_1}{dp_c} + K_1 S_1 \phi \right] \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

$$a_{23} = a_{32} = -\left(\frac{\delta_1 \delta_2}{\delta_s} K_s + \frac{K_1 K_2 \phi}{M_1} \frac{dS_1}{dp_c} \right) \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

$$a_{33} = -\frac{1}{M_1} \left\{ \left[K_1 K_2 \frac{dS_1}{dp_c} + \frac{K_1 K_2 (1 - S_1)}{S_1} \frac{dS_1}{dp_c} + K_2 (1 - S_1) \right] \delta_2 + \frac{K_1 K_2 (1 - S_1) \phi}{S_1} \frac{dS_1}{dp_c} + K_2 (1 - S_1) \phi \right\} \quad \dots\dots (3.6)$$

其中 ϕ 為孔隙率，且 $S_1 = \frac{\theta}{\phi}$ 為孔隙中非濕潤性流體飽和度， $S_2 = 1 - S_1$ 為孔隙中濕潤性流體飽和度； p_c 為毛細壓力； K_β 為統體模數，下標 $\beta = s$ 表示為土壤顆粒， $\beta = b$ 表示為土壤基質， $\beta = 1$ 為非濕潤性流體， $\beta = 2$ 為濕潤性流體； δ_s 、 δ_1 及 δ_2 為孔隙變化之無因次參數，其定義如下：

$$\delta_s = \frac{(1 - \phi - \frac{K_b}{K_s}) K_s}{K_s + \frac{M_2}{M_1} (\frac{K_b}{K_s} - 1 + \phi)} \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

$$\delta_1 = \frac{K_1 (S_1 + K_2 \frac{dS_1}{dp_c} + \frac{K_2 S_1}{S_2} \frac{dS_1}{dp_c}) (1 - \phi - \frac{K_b}{K_s})}{K_s M_1 + M_2 (\frac{K_b}{K_s} - 1 + \phi)} \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

$$\delta_2 = \frac{K_2 (1 - S_1 + \frac{K_1}{S_1} \frac{dS_1}{dp_c}) (1 - \phi - \frac{K_b}{K_s})}{K_s M_1 + M_2 (\frac{K_b}{K_s} - 1 + \phi)} \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

而 M_1 及 M_2 為流體蓄水因子：

$$M_1 = -\left(\frac{K_1}{S_1} \frac{dS_1}{dp_c} + \frac{K_2}{S_2} \frac{dS_1}{dp_c} + 1 \right) \quad \dots\dots\dots (5.1)$$

$$M_2 = \frac{K_1 K_2}{\phi S_1 S_2} \frac{dS_1}{dp_c} + \frac{K_1 S_1}{\phi} + \frac{K_2 S_2}{\phi} \quad \dots\dots\dots (5.2)$$

其中 M_1 為有效非濕潤性流體蓄水因子， M_2 為第二有效蓄水因子，皆由毛細壓力曲線而定義 [Lo et al., 2005]。

根據 Biot (1962) 理論，總應力張量為固體項和流體項應力張量的總和，如下：

$$\bar{\tau} = \bar{t}_s - \phi p_f \bar{\delta} \quad \dots\dots\dots (6)$$

其中 $\bar{\tau}$ 為總應力張量； p_f 為流體的壓力且為孔隙介質中兩種不可混合之流體總和，並將 $p_f = S_1 p_1 + S_2 p_2$ 帶入(6)式，可得如下：

$$\bar{\tau} = \bar{t}_s - \phi (S_1 p_1 + S_2 p_2) \bar{\delta} = \bar{t}_s - (\theta_1 p_1 + \theta_2 p_2) \bar{\delta} \quad \dots\dots\dots (7)$$

將(2.1)、(2.2)及(2.3)式帶入(7)式中，如下：

$$\bar{\tau} = 2G\bar{e} + \left[(a_{11} - \frac{2}{3}G)e + a_{12}\varepsilon_1 + a_{13}\varepsilon_2 - \theta_1 p_1 - \theta_2 p_2 \right] \bar{\delta} \quad \dots\dots\dots (8)$$

根據(2.2)及(2.3)式解聯立後，得到 ε_1 與 ε_2 之結果如下：

$$\varepsilon_1 = \frac{(a_{12}a_{33} - a_{13}a_{23})}{(a_{23}^2 - a_{22}a_{33})}e + \frac{\theta_1 a_{33}}{(a_{23}^2 - a_{22}a_{33})}p_1 - \frac{\theta_2 a_{23}}{(a_{23}^2 - a_{22}a_{33})}p_2 = d_1 e + d_2 p_1 + d_3 p_2 \dots\dots\dots (9.1)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{(a_{13}a_{22} - a_{12}a_{23})}{(a_{23}^2 - a_{22}a_{33})}e - \frac{\theta_1 a_{23}}{(a_{23}^2 - a_{22}a_{33})}p_1 + \frac{\theta_2 a_{22}}{(a_{23}^2 - a_{22}a_{33})}p_2 = d_4 e + d_5 p_1 + d_6 p_2 \dots\dots\dots (9.2)$$

將(9.1)及(9.2)式帶入(8)式中，則總應力可表示為：

$$\bar{\tau} = 2G\bar{e} + [(a_{11} - \frac{2}{3}G + a_{12}d_1 + a_{13}d_4)e + (a_{12}d_2 + a_{13}d_5 - \theta_1)p_1 + (a_{12}d_3 + a_{13}d_6 - \theta_2)p_2]\bar{\delta} \dots\dots\dots (10)$$

再將(1)式等號兩邊皆作散度運算，把(9.1)及(9.2)式帶入，如下：

$$-R_{s1}[d_2 \frac{\partial p_1}{\partial t} + d_3 \frac{\partial p_2}{\partial t} + (d_1 - 1)\frac{\partial e}{\partial t}] = -\theta_1 \nabla^2 p_1 \dots\dots\dots (11.1)$$

$$-R_{s2}[d_5 \frac{\partial p_1}{\partial t} + d_6 \frac{\partial p_2}{\partial t} + (d_4 - 1)\frac{\partial e}{\partial t}] = -\theta_2 \nabla^2 p_2 \dots\dots\dots (11.2)$$

然而本研究是探討一維壓密沉陷的變化，因此上述(10)、(11.1)及(11.2)式取一維垂直方向後如下所示：

$$-p^* = (a_{11} + \frac{4}{3}G + a_{12}d_1 + a_{13}d_4)\frac{\partial w}{\partial z} + (a_{12}d_2 + a_{13}d_5 - \theta_1)p_1 + (a_{12}d_3 + a_{13}d_6 - \theta_2)p_2 \dots\dots\dots (12.1)$$

$$d_2 \frac{\partial p_1}{\partial t} + d_3 \frac{\partial p_2}{\partial t} + (d_1 - 1)\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial w}{\partial z}) = \frac{\theta_1}{R_{s1}} \frac{\partial^2 p_1}{\partial z^2} \dots\dots\dots (12.2)$$

$$d_5 \frac{\partial p_1}{\partial t} + d_6 \frac{\partial p_2}{\partial t} + (d_4 - 1)\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial w}{\partial z}) = \frac{\theta_2}{R_{s2}} \frac{\partial^2 p_2}{\partial z^2} \dots\dots\dots (12.3)$$

其中 $\frac{\partial w}{\partial z}$ 為土壤垂直方向沉陷量 w 隨深度的變化； p^* 為土體表面施加垂直的固定壓力。將(12.1)式移項後，可求得土壤垂直方向的沉陷變化：

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{p^*}{(a_{11} + \frac{4}{3}G + a_{12}d_1 + a_{13}d_4)} - \frac{(a_{12}d_2 + a_{13}d_5 - \theta_1)}{(a_{11} + \frac{4}{3}G + a_{12}d_1 + a_{13}d_4)}p_1 - \frac{(a_{12}d_3 + a_{13}d_6 - \theta_2)}{(a_{11} + \frac{4}{3}G + a_{12}d_1 + a_{13}d_4)}p_2 \quad (13)$$

因為在壓密過程中，總應力為定值不會隨時間改變，因此將(13)式帶入(12.2)及(12.3)式，如下：

$$q_1 \frac{\partial p_1}{\partial t} + q_2 \frac{\partial p_2}{\partial t} = b_1 \frac{\partial^2 p_1}{\partial z^2} \dots\dots\dots (14.1)$$

$$q_3 \frac{\partial p_1}{\partial t} + q_4 \frac{\partial p_2}{\partial t} = b_2 \frac{\partial^2 p_2}{\partial z^2} \dots\dots\dots (14.2)$$

其他參數定義如下：

$$q_1 = \theta_1 \left[\frac{(d_1 - 1)(a_{12}d_2 + a_{13}d_5 - \theta_1)}{(a_{11} + \frac{4}{3}G + a_{12}d_1 + a_{13}d_4)} - d_2 \right] \dots (15.1)$$

$$q_2 = \theta_1 \left[\frac{(d_1 - 1)(a_{12}d_3 + a_{13}d_6 - \theta_2)}{(a_{11} + \frac{4}{3}G + a_{12}d_1 + a_{13}d_4)} - d_3 \right] \dots (15.2)$$

$$q_3 = \theta_2 \left[\frac{(d_4 - 1)(a_{12}d_2 + a_{13}d_5 - \theta_1)}{(a_{11} + \frac{4}{3}G + a_{12}d_1 + a_{13}d_4)} - d_5 \right] \dots (15.3)$$

$$q_4 = \theta_2 \left[\frac{(d_4 - 1)(a_{12}d_3 + a_{13}d_6 - \theta_2)}{(a_{11} + \frac{4}{3}G + a_{12}d_1 + a_{13}d_4)} - d_6 \right] \dots (15.4)$$

$$b_1 = -\frac{\theta_1^2}{R_{s1}} = \frac{k_s k_{r1}}{\eta_1} \dots (15.5)$$

$$b_2 = -\frac{\theta_2^2}{R_{s2}} = \frac{k_s k_{r2}}{\eta_2} \dots (15.6)$$

爲了解(13)、(14)式中 $\frac{\partial w}{\partial z}$ 、 p_1 及 p_2 ，因此須配合初始條件及邊界條件的假設，並帶入方程式中運算求解。

2.3 初始條件

在此定義 $z = 0$ 爲土體表面、 $z = h$ 爲土體底部，且根據 Terzaghi (1943)的假設，當外部固定壓力(p^*)施加在含有流體的多孔隙介質土體上時，在初始的時候壓力是假設完全由流體來承受，因此 $p_f(z, 0) = p^*$ 。並考慮非濕潤流體飽和度變化量(ΔS_1)極小且趨近於 0，因此

$$\Delta S_1 = \frac{p_1 - p_2}{\frac{dp_c}{dS_1}} \cong 0, \text{ 則 } p_1 \text{ 及 } p_2 \text{ 如下所示：}$$

$$p_1(z, 0) = p^* \dots (16.1)$$

$$p_2(z, 0) = p^* \dots (16.2)$$

2.4 邊界條件

將討論三種不同之邊界條件分別爲 Case1~Case3。其中 Case1 模擬現地土體表面爲透水層，底部爲岩盤或任何不透水層之假設；Case2 模擬當現地情況爲上下皆爲透水層時之情形；然而 Case3 與 Case1 爲相反之邊界條件，主要是用來驗證是否與 Case1 的模擬具對稱關係。

(1) Case1(Top-D, Bottom-U)：土體表面($z = 0$)爲透水層與大氣接觸，底部($z = h$)爲不透水層。

$$p_1(0, t) = p_2(0, t) = 0 \dots (17.1)$$

$$\frac{\partial p_1(h, t)}{\partial z} = \frac{\partial p_2(h, t)}{\partial z} = 0 \dots (17.2)$$

假設 $p_1(z, t)$ 及 $p_2(z, t)$ 可由傅利葉級數表示：

$$p_1(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{p}_{1n}(t) \sin(\lambda_n z) \dots (18.1)$$

$$p_2(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{p}_{2n}(t) \sin(\lambda_n z) \dots (18.2)$$

其中 $\lambda_n = \frac{(2n+1)\pi}{2h}$ ，再將(18.1)及(18.2)式帶入(14.1)及(14.2)式，得：

$$\sum_{n=0}^{\infty} [q_1 p_{1n}'(t) + q_2 p_{2n}'(t) + b_1 \lambda_n^2 p_{1n}(t)] \sin(\lambda_n z) = 0 \dots (19.1)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} [q_3 p_{1n}'(t) + q_4 p_{2n}'(t) + b_2 \lambda_n^2 p_{2n}(t)] \sin(\lambda_n z) = 0 \dots (19.2)$$

依據上述可得如下：

$$q_1 p_{1n}'(t) + q_2 p_{2n}'(t) + b_1 \lambda_n^2 p_{1n}(t) = 0 \dots (20.1)$$

$$q_3 p_{1n}'(t) + q_4 p_{2n}'(t) + b_2 \lambda_n^2 p_{2n}(t) = 0 \dots (20.2)$$

根據 Tuncay and Corapcioglu(1996)的計算方法，並透過拉普拉斯轉換得到 $\bar{p}_{1n}(t)$ 及 $\bar{p}_{2n}(t)$ 之解：

$$\bar{p}_{1n}(t) = A_{1n} \exp(-\alpha_{1n} t) + A_{2n} \exp(-\alpha_{2n} t) \dots (21.1)$$

$$\bar{p}_{2n}(t) = A_{3n} \exp(-\alpha_{1n} t) + A_{4n} \exp(-\alpha_{2n} t) \dots (21.2)$$

係數 A_{1n} 、 A_{2n} 、 A_{3n} 及 A_{4n} 定義如下：

$$A_{1n} = \frac{\bar{p}_1}{(\alpha_{1n} - \alpha_{2n})} [\alpha_{1n} - \frac{b_2 \lambda_n^2}{\Delta} (q_1 + q_2)] \dots (22.1)$$

$$A_{2n} = \frac{\bar{p}_1}{(\alpha_{1n} - \alpha_{2n})} [-\alpha_{2n} + \frac{b_2 \lambda_n^2}{\Delta} (q_1 + q_2)] \dots (22.2)$$

$$A_{3n} = \frac{\bar{p}_2}{(\alpha_{1n} - \alpha_{2n})} \left[\alpha_{1n} - \frac{b_1 \lambda_n^2}{\Delta} (q_3 + q_4) \right] \dots (22.3)$$

$$A_{4n} = \frac{\bar{p}_2}{(\alpha_{1n} - \alpha_{2n})} \left[-\alpha_{2n} + \frac{b_1 \lambda_n^2}{\Delta} (q_3 + q_4) \right] \dots (22.4)$$

其他相關係數：

$$\Delta = q_1 q_4 - q_2 q_3 \dots (23.1)$$

$$\bar{p}_1 = \frac{2p^*}{h\lambda_n} \dots (23.2)$$

$$\bar{p}_2 = \frac{2p^*}{h\lambda_n} \dots (23.3)$$

$$\alpha_{1n} = \frac{\lambda_n^2}{2\Delta} (q_1 b_2 + q_4 b_1) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda_n^4}{\Delta^2} (q_1 b_2 + q_4 b_1)^2 - \frac{4b_1 b_2 \lambda_n^4}{\Delta}} \dots (23.4)$$

$$\alpha_{2n} = \frac{\lambda_n^2}{2\Delta} (q_1 b_2 + q_4 b_1) - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\lambda_n^4}{\Delta^2} (q_1 b_2 + q_4 b_1)^2 - \frac{4b_1 b_2 \lambda_n^4}{\Delta}} \dots (23.5)$$

依據(13)式是假設土壤伸長量為正，因此求解隨時間變化的土壤垂直方向總沉陷量 $\zeta(t)$ 時須加負號將壓縮量表示為正：

$$\zeta(t) = - \int_0^h \frac{\partial w}{\partial z} dz = \frac{p^* h}{\left(a_{11} + \frac{4}{3} G + a_{12} d_1 + a_{13} d_4 \right)} + \frac{(a_{12} d_2 + a_{13} d_5 - \theta_1)}{\left(a_{11} + \frac{4}{3} G + a_{12} d_1 + a_{13} d_4 \right)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[A_{1n} \times \exp(-\alpha_{1n} t) + A_{2n} \times \exp(-\alpha_{2n} t)]}{\lambda_n} + \frac{(a_{12} d_3 + a_{13} d_6 - \theta_2)}{\left(a_{11} + \frac{4}{3} G + a_{12} d_1 + a_{13} d_4 \right)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[A_{3n} \times \exp(-\alpha_{1n} t) + A_{4n} \times \exp(-\alpha_{2n} t)]}{\lambda_n} \dots (24)$$

(2) Case2 (Top-D, Bottom-D)：土體表面及底部皆為透水層與大氣接觸。

$$p_1(0,t) = p_2(0,t) = 0 \dots (25.1)$$

$$p_1(h,t) = p_2(h,t) = 0 \dots (25.2)$$

與上述 Case1 的求解方式相同，且 $p_1(z,t)$ 及 $p_2(z,t)$ 之解如同(18.1)及(18.2)式，但 Case2 邊界條件中的參數 $\lambda_n = \frac{n\pi}{h}$ 、 $\bar{p}_1 = \bar{p}_2 = \frac{2p^*}{h\lambda_n} [1 - \cos(n\pi)]$ ，然而隨時間改變之土壤總沉陷量 $\zeta(t)$ 如下：

$$\zeta(t) = \frac{p^* h}{\left(a_{11} + \frac{4}{3} G + a_{12} d_1 + a_{13} d_4 \right)} + \frac{(a_{12} d_2 + a_{13} d_5 - \theta_1)}{\left(a_{11} + \frac{4}{3} G + a_{12} d_1 + a_{13} d_4 \right)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[A_{1n} \times \exp(-\alpha_{1n} t) + A_{2n} \times \exp(-\alpha_{2n} t)]}{\lambda_n} [1 - \cos(n\pi)] + \frac{(a_{12} d_3 + a_{13} d_6 - \theta_2)}{\left(a_{11} + \frac{4}{3} G + a_{12} d_1 + a_{13} d_4 \right)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[A_{3n} \times \exp(-\alpha_{1n} t) + A_{4n} \times \exp(-\alpha_{2n} t)]}{\lambda_n} [1 - \cos(n\pi)] \dots (26)$$

(3) Case3 (Top-U, Bottom-D)：土體表面為不透水層，底部為透水層與大氣接觸。

$$\frac{\partial p_1(0,t)}{\partial z} = \frac{\partial p_2(0,t)}{\partial z} = 0 \quad (27.1)$$

$$p_1(h,t) = p_2(h,t) = 0 \quad (27.2)$$

此 $p_1(z,t)$ 及 $p_2(z,t)$ 與(18.1)及(18.2)式不同，由傅利葉級數表示如下：

$$p_1(z,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{p}_{1n}(t) \cos(\lambda_n z) \quad (28.1)$$

$$p_2(z,t) = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{p}_{2n}(t) \cos(\lambda_n z) \quad (28.2)$$

求解方式與上述皆相同，但參數 $\lambda_n = \frac{(2n+1)\pi}{2h}$ 、

$\bar{p}_1 = \bar{p}_2 = \frac{2p^*}{h\lambda_n} \sin\left(\frac{(2n+1)\pi}{2}\right)$ ，且土壤總沉陷量 $\zeta(t)$ 如下：

$$\zeta(t) = \frac{p^* h}{\left(a_{11} + \frac{4}{3}G + a_{12}d_1 + a_{13}d_4\right)} + \frac{(a_{12}d_2 + a_{13}d_5 - \theta_1)}{\left(a_{11} + \frac{4}{3}G + a_{12}d_1 + a_{13}d_4\right)}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{[A_{1n} \times \exp(-\alpha_{1n}t) + A_{2n} \times \exp(-\alpha_{2n}t)] \sin\left(\frac{(2n+1)\pi}{2}\right)}{\lambda_n} + \frac{(a_{12}d_3 + a_{13}d_6 - \theta_2)}{\left(a_{11} + \frac{4}{3}G + a_{12}d_1 + a_{13}d_4\right)} \quad (29)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{[A_{3n} \times \exp(-\alpha_{1n}t) + A_{4n} \times \exp(-\alpha_{2n}t)] \sin\left(\frac{(2n+1)\pi}{2}\right)}{\lambda_n}$$

三、數值模擬

3.1 保水曲線

自然界中的土層常為非飽和狀態，而土壤保水曲線是來描述毛細壓力 h_c 與流體飽和度 S_2 之間的關聯性。對於保水曲線方面有不少學者提出經驗公式，如 Brook-Corey (1964)、Campbell (1974)、van Genuchten (1980)等，本研究將以 van Genuchten (1980)之經驗公式來推求毛細張力與流體飽和度的關係，此為最常應用之模式：

$$[1 + (\chi h_c)^n]^m = S_2 \quad (30)$$

其中 $h_c = \frac{p_c}{\rho_2 g}$ ； $S_2 = \frac{\theta_2 - \theta_2^r}{\theta_2^s - \theta_2^r}$ 為濕潤性流體有效飽和度， θ_2 為濕潤性流體體積分量、 θ_2^s 及 θ_2^r 分別為濕潤性流體飽和體積分量和濕潤性流體殘餘體積分量； χ 、 m 和 n 皆為模合參數，且 $m = 1 - \frac{1}{n}$ 。有鑒於上述之(3)、(4)及(5)式，需求解彈性係數 a_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) 中之 $\frac{dS_1}{dp_c}$ ，因此再將(30)

式重導：

$$h_c = \frac{1}{\chi} [(1 - S_1)^{\frac{1}{m}} - 1]^{\frac{1}{n}} \quad (31)$$

延伸推導出 $\frac{dS_1}{dp_c}$ 之結果：

$$\frac{dS_1}{dp_c} = \left[\frac{\rho_2 g}{mn\chi} [(1 - S_1)^{\frac{1}{m}} - 1]^{\frac{1}{n} - 1} (1 - S_1)^{-\frac{1}{m} + 1} \right]^{-1} \quad (32)$$

3.2 水力傳導函數

欲求得水力傳導函數之典型方法是透過保水曲線[van Genuchten, 1980]與 Burdine (1953)及 Mualem (1976)概念性孔隙大小分佈模式之系統中做結合。在任何飽和度下，濕潤性流體與非濕潤性流體的相對滲透係數之方程式如下：

$$k_{r1}(S_2) = (1 - S_2)^2 [1 - (S_2)^{\frac{1}{m}}]^{2m} \quad (33.1)$$

$$k_{r2}(S_2) = (S_2)^2 \{1 - [1 - (S_2)^{\frac{1}{m}}]^m\}^2 \quad (33.2)$$

其中 k_{r1} 及 k_{r2} 分別為非濕潤性流體與濕潤性流體之相對滲透係數； λ 為模合參數。

3.3 土壤性質與相關參數

本研究透過 MATLAB 計算求解孔隙流體壓力 $p_1(z,t)$ 、 $p_2(z,t)$ 及隨時間改變之土壤總沉陷量 $\zeta(t)$ ，且假設土體表面承受固定壓力及其它所需之參數如表 1 所示，在此配合三種不同之邊界條件，分別對於砂土、坩質壤土及黏土(表 2)做探討。

四、結果與討論

本研究以砂土、坩質壤土及黏土三種不同性質之土壤，模擬土體表面施加固定壓力，並探討不同初始飽和度及不同邊界條件下孔隙水壓及壓密沉陷之變化，透過無因次孔隙水壓與土體深度圖及總沉陷量與時間圖之結果相互比較討論。

圖 1~圖 4 為砂土之無因次孔隙水壓在土壤中的變化，且呈現三種不同邊界條件(a) Case1, (b) Case2, (c) Case3 之結果，並配合不同時間尺度 (10 seconds, 1 minute, 1 hour 及 1 day)討論其變化。如同上述圖 5~圖 8 與圖 9~圖 12 分別為坩質

壤土及黏土之無因次孔隙水壓在土壤中的變化圖。圖 13~圖 15 分別為砂土、坩質壤土及黏土之沉陷量與時間之關係圖，皆顯示不同邊界之變化。然而每張圖之曲線皆以三種不同初始飽和度 (S_2 分別為 0.7、0.8 及 0.9)表示。

4.1 邊界條件之比較

討論土體在不同邊界條件假設時，比較孔隙水壓及壓密沉陷之變化，如圖 1~圖 12 之(a) Case1、(b) Case2 及(c) Case3，此三種不同邊界條件皆於土體開始受壓力影響時，其無因次孔隙水壓 p_2/p^* 會隨著越靠近透水表面而越小，因為透水層與大氣接觸，因此越靠近透水表面時壓力越容易消散，所以(a) Case1 於上方透水表面處 p_2/p^* 則越小與(c) Case3 呈現相反之情況；而(b) Case2 之土體上下皆為透水表面，所以上下壓力消散較快。上述之內容於不同時間尺度下，皆有相同之情況，隨著時間的增加則 p_2/p^* 趨近於 0，表示壓力逐漸完全的消散。

4.2 初始飽和度之比較

相同土壤條件下及不同初始飽和度之情況，如圖 1 (Time=10 seconds)之(a)~(c)，三種不同邊界條件皆發現初始飽和度 S_2 越大則 p_2/p^* 消散越慢，此結果與相對運動率 $B_\xi = \frac{k_{r\xi}}{\eta_\xi}$ 有關， B_ξ 值越大代表越容易消散，而本研究之 $k_{r\xi}$ 極小，因此 η_ξ 為相對運動率之主要影響參數。當 $S_2 = 0.7$ (即空氣之飽和度 $S_1 = 0.3$)時，孔隙間之流體含量比例相較於 $S_2 = 0.8$ 及 0.9 含有較多的空氣含量，且空氣的黏滯係數非常小，所以 $B_1 > B_2$ ，因此受到壓力梯度影響時，相較於水，

表 1 模式之相關參數 [Lo et al., 2007]

各種參數	符號	數值
固定壓力(垂直方向)	p^*	1×10^5 Pa
土體深度	h	1 m
固體顆粒統體模數	K_s	35×10^9 Pa
非濕潤性流體之統體模數(空氣)	K_1	0.145×10^6 Pa
濕潤性流體之統體模數(水)	K_2	2.25×10^9 Pa
非濕潤性流體之黏滯係數(空氣)	η_1	18×10^{-6} Ns/m ²
濕潤性流體之黏滯係數(水)	η_2	0.001 Ns/m ²
非濕潤性流體之密度(空氣)	ρ_1	1.1 kg/m ³
濕潤性流體之密度(水)	ρ_2	997 kg/m ³

表 2 土壤性質之參數 [Rawls et al., 1992]

土壤種類	土壤基質統體模數 K_b (Pa)	剪力模數 G (Pa)	滲透係數 k_s (m ²)	孔隙率 ϕ	模合參數	
					χ (1/m)	$n = \lambda$
砂土(Sand)	35.3×10^6	13.3×10^6	5.946×10^{-12}	0.437	6.258	1.694
坩質壤土(Silt loam)	16.2×10^6	5.5×10^6	1.925×10^{-13}	0.501	1.966	1.234
黏土(Clay)	4.5×10^6	2.4×10^6	1.699×10^{-14}	0.475	1.168	1.165

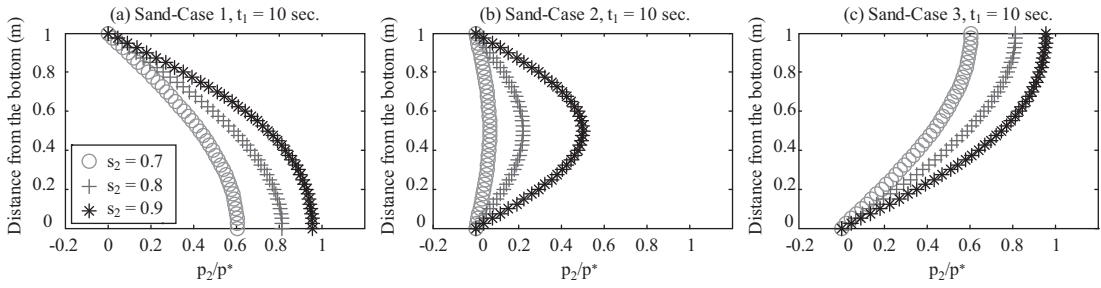


圖 1 砂土之無因次孔隙水壓與深度圖(Time = 10 second, Case1~Case3)

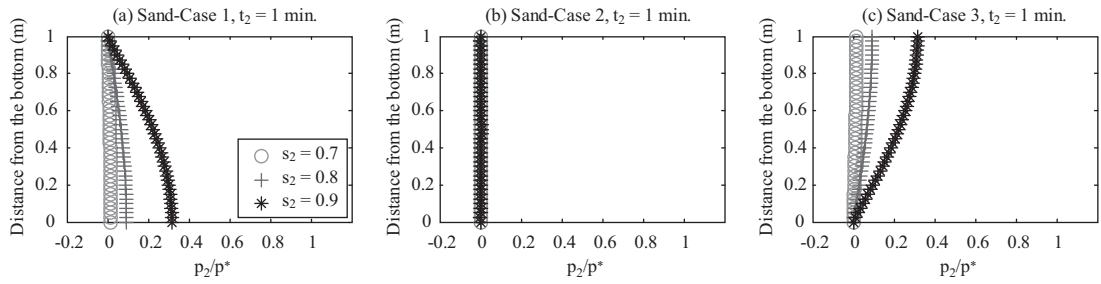


圖 2 砂土之無因次孔隙水壓與深度圖(Time = 1 minute, Case1~Case3)

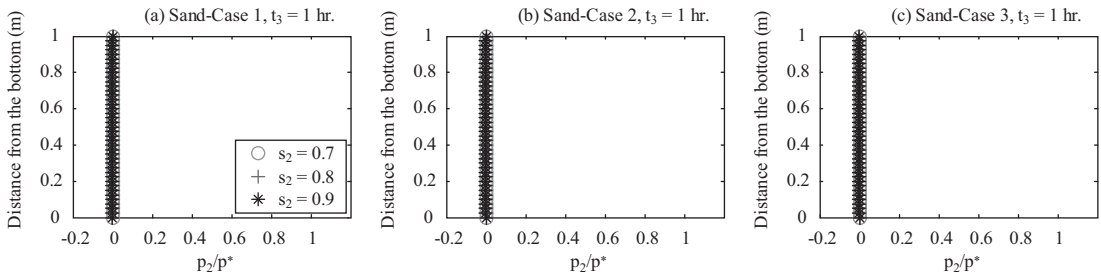


圖 3 砂土之無因次孔隙水壓與深度圖(Time = 1 hour, Case1~Case3)

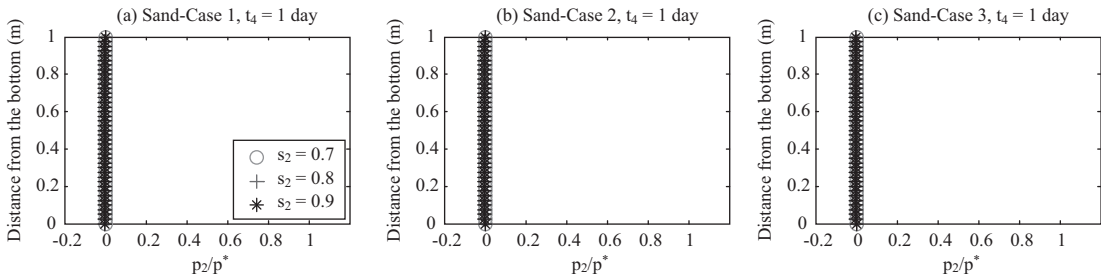


圖 4 砂土之無因次孔隙水壓與深度圖(Time = 1 day, Case1~Case3)

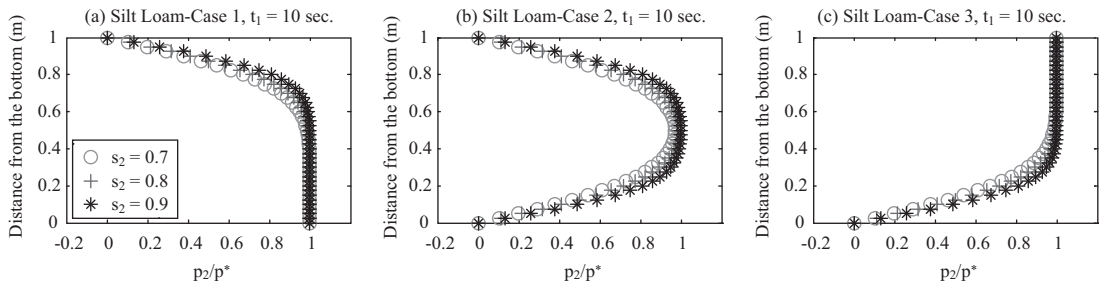


圖 5 粉質壤土無因次孔隙水壓與深度圖(Time = 10 second, Case1~Case3)

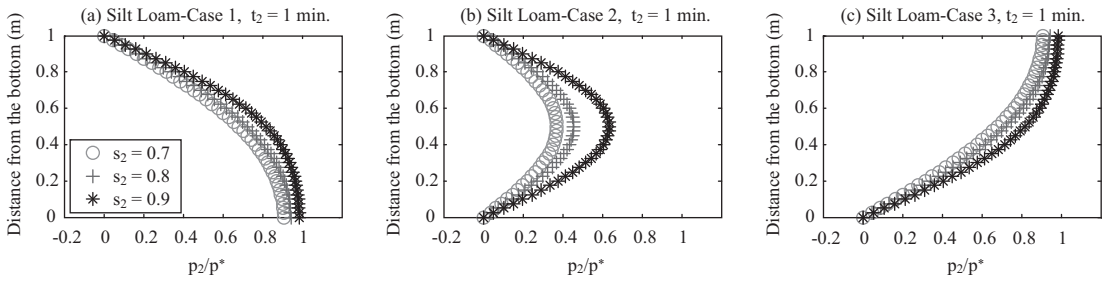


圖 6 粉質壤土無因次孔隙水壓與深度圖(Time = 1 minute, Case1~Case3)

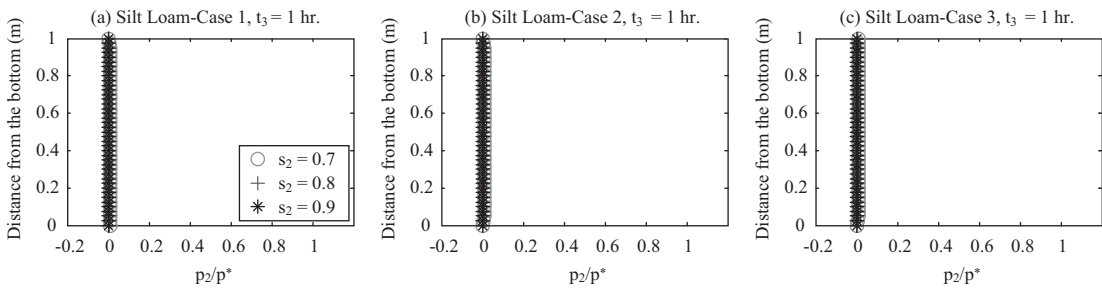


圖 7 粉質壤土無因次孔隙水壓與深度圖(Time = 1 hour, Case1~Case3)

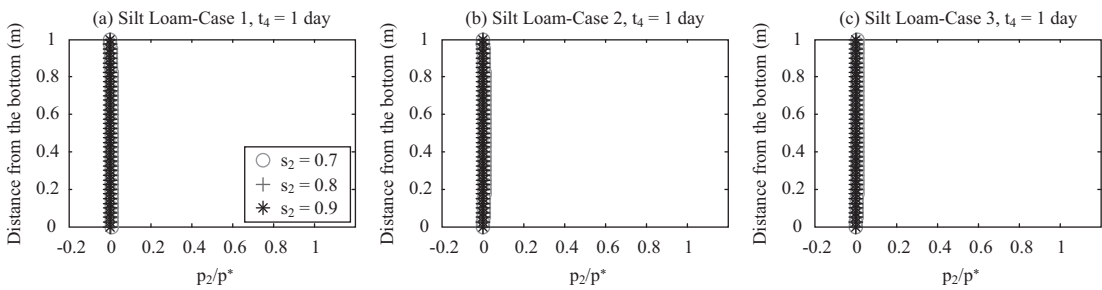


圖 8 粉質壤土無因次孔隙水壓與深度圖(Time = 1 day, Case1~Case3)

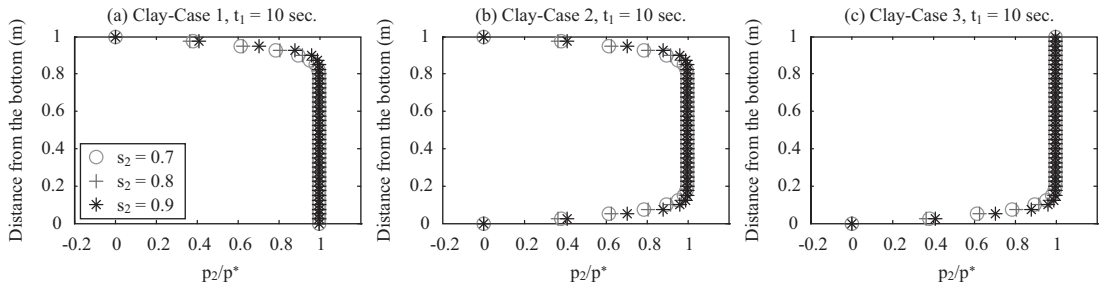


圖 9 黏土之無因次孔隙水壓與深度圖(Time = 10second, Case1~Case3)

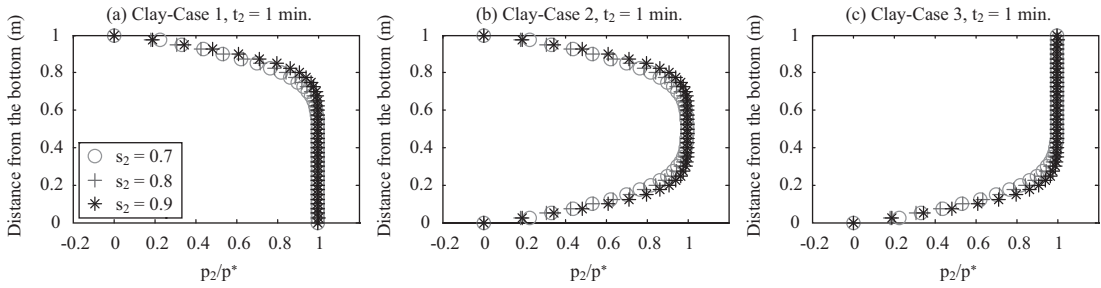


圖 10 黏土之無因次孔隙水壓與深度圖(Time=1minute, Case1~Case3)

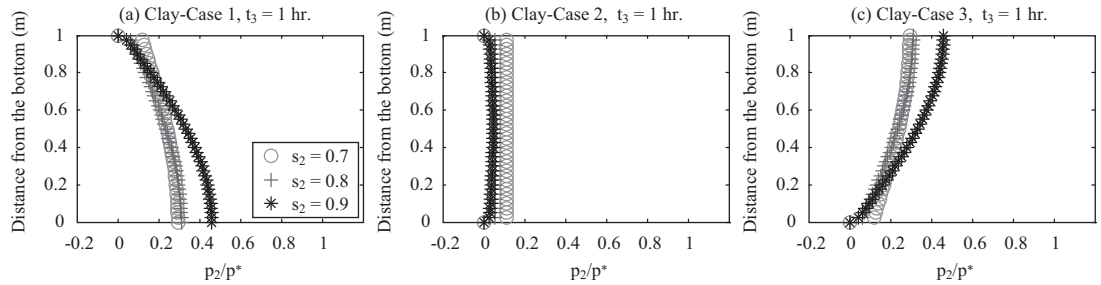


圖 11 黏土之無因次孔隙水壓與深度圖(Time=1hour, Case1~Case3)

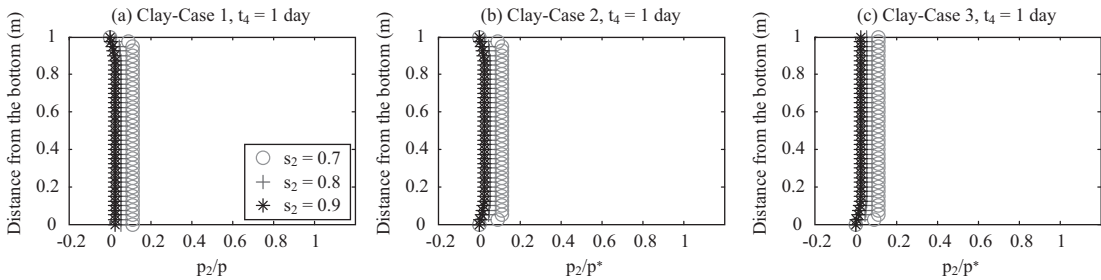


圖 12 黏土之無因次孔隙水壓與深度圖(Time=1day, Case1~Case3)

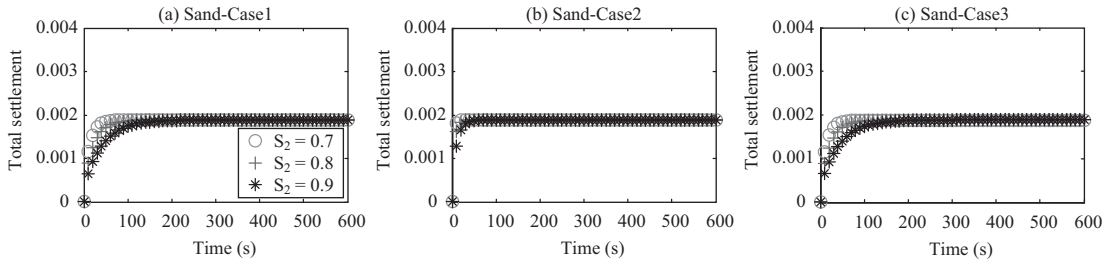


圖 13 砂土之總沉陷量與時間圖(Case1~Case3)

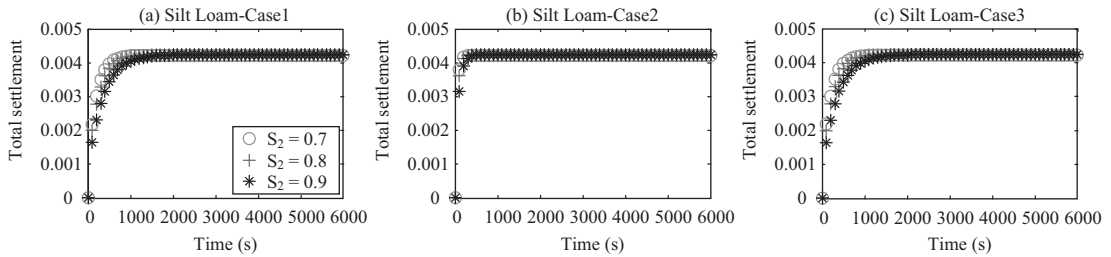


圖 14 粉質壤土之總沉陷量與時間圖(Case1~Case3)

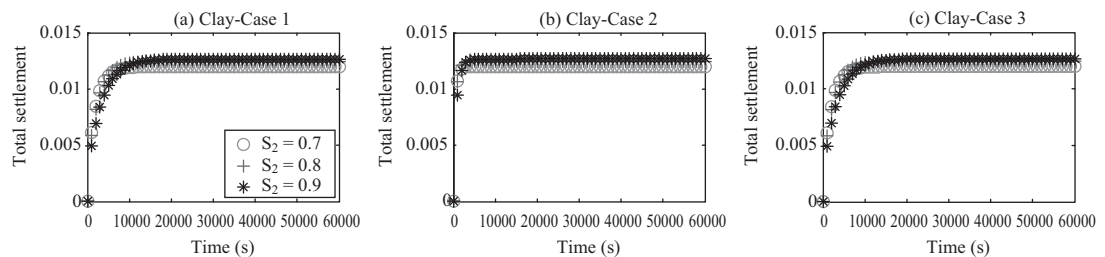


圖 15 黏土之總沉陷量與時間圖(Case1~Case3)

空氣較容易受壓後排出使得壓力消散。然而圖 5 之(a)~(c)及圖 9 之(a)~(c)於相同土壤條件下，結果與上述相同。

同理，比較初始飽和度 $S_2 = 0.7, 0.8$ 及 0.9 之總沉陷量與時間圖，如圖 13 之(a)~(c)，在受壓力影響時，初始飽和度 S_2 越大而 p_2/p^* 消散越慢，因此沉陷速度也較慢，初期時沉陷速度以 $S_2 = 0.7$ 為最快，次之為 $S_2 = 0.8$ ，而 $S_2 = 0.9$ 為最慢，且 $S_2 = 0.7$ 為最快到達沉陷穩定，次之為 $S_2 = 0.8$ ，而 $S_2 = 0.9$ 為最慢到達壓密沉陷穩定。

4.3 土壤性質之比較

主要針對砂土、粉質壤土及黏土做探討，並透過無因次孔隙水壓圖及總沉陷量圖了解各種土壤性質之變化。

首先比較相同時間條件下，不同土壤性質之變化，如圖 1、圖 5 及圖 9 之(a)~(c)，不論何種邊界條件及初始飽和度皆以砂土的壓力消散最快，次之為粉質壤土，壓力消散最慢為黏土，因為砂土顆粒粒徑為最大，因此顆粒間孔隙也較大，則孔隙間之流體較容易排出，使得壓力消散，且砂土於受壓力 1 小時後，其壓力變化趨近

於 0，坩質壤土則於 1 天後，其壓力變化趨近於 0，但黏土之壓力變化則需較長之時間使其消散。亦可由總沉陷量圖 13、圖 14 及圖 15 相互比較，在相同初始飽和度時，此三種土壤皆以砂土為最快到達壓密沉陷穩定，次之為坩質壤土，最慢到達穩定為黏土。如圖 13 砂土達沉陷穩定時間約為 200 秒，圖 14 坩質壤土達沉陷穩定時間約為 2000 秒，而圖 15 黏土達沉陷穩定時間約為 20000 秒，其後沉陷量變化極小趨於定值。

然而土壤壓密所造成之沉陷量，以黏土的沉陷量為最大，次之為坩質壤土，而沉陷量最小為砂土，此結果與土壤基質統體模數 K_b 值有關，因為 K_b 值越大時，表示土壤可壓縮性越小，如表 2 所示砂土之 K_b 值為最大，所以沉陷量較小，反觀黏土 K_b 值為最小，因此沉陷量為最大。

五、結論

針對不同土壤性質在不同邊界條件及不同初始飽和度下做探討，觀察土壤壓密沉陷及孔隙水壓之變化，並應用 Lo *et al.*, 2005 提出之兩項流體的孔彈性理論方程式進行模擬。

根據結果得知無因次孔隙水壓 p_2/p^* 會隨著接近透水表面而壓力越容易消散，且隨著壓密時間的增加，則 p_2/p^* 逐漸趨於 0，表示壓力完全消散。然而在相同土壤性質下不同初始飽和度時，以低初始飽和度土壤的壓力消散速度為最快，且最快到達壓密沉陷穩定。對於受壓力影響的反應以砂土受壓力影響的反應為最快，次之為坩質壤土，變化最慢為黏土，此與土壤顆粒間的孔隙大小有關，孔隙越大則流體較容易受壓後排出，使得壓力消散，且根據總沉陷量模擬結果(圖 13、圖 14 及圖 15)發現，砂土為最快達到壓密沉陷穩定(約 200 秒時可達到沉陷穩狀態)，次之為坩質壤土(約 2000 秒時可達到沉陷穩狀態)，最慢達到壓密沉陷穩定為黏土(約 20000 秒時可達到沉陷穩狀態)。然而探討土壤總沉陷量，以黏土的沉陷量為最大，次之為坩質壤土，而沉陷量最小為砂土，此結果與土壤基質統體模數 K_b 值有關，因為 K_b 代表土壤可壓縮性，因此透過土壤 K_b 值，便了解土壤之沉陷量變化。

符號說明

A_{1n} 、 A_{2n} 、 A_{3n} 、 A_{4n}	$[\frac{M}{LT^2}]$	參數，定義於方程式(22)
a_{ij} ($a_{ij} = a_{ji}$)	$[\frac{M}{LT^2}]$	彈性係數 ($i, j = 1, 2, 3$) 定義於方程式(3)
B_ξ	$[\frac{LT}{M}]$	相對運動率
b_1 、 b_2	$[\frac{L^3T}{M}]$	參數，定義於方程式(15)
d_1 、 d_4	[-]	參數，定義於方程式(9)
d_2 、 d_3 、 d_5 、 d_6	$[\frac{LT^2}{M}]$	參數，定義於方程式(9)
e	[-]	固體項的體積應變量
\bar{e}	[-]	固體項的應變張量
G	$[\frac{M}{LT^2}]$	孔隙介質的剪力模數
h	[L]	土體深度
h_c	[L]	毛細壓力水頭
K_β	$[\frac{M}{LT^2}]$	β 項的統體模數 ($\beta = s, b, 1, 2$)
k_s	[L ²]	孔隙介質滲透係數
$k_{r\xi}$	[-]	流體 ξ 項的相對滲透係數 ($\xi = 1, 2$)
M_1	[-]	流體蓄水因子
M_2	$[\frac{M}{LT^2}]$	流體蓄水因子
p_c	$[\frac{M}{LT^2}]$	毛細壓力
p_ξ	$[\frac{M}{LT^2}]$	孔隙流體 ξ 項的壓力 ($\xi = 1, 2$)
p_f	$[\frac{M}{LT^2}]$	平均流體壓力
p^*	$[\frac{M}{LT^2}]$	固定外加壓力(垂直方向)
q_1 、 q_2 、 q_3 、 q_4	$[\frac{LT^2}{M}]$	參數，定義於方程式(15)

參考文獻

$R_{s\xi}$	$[\frac{M}{L^3T}]$	流體 ξ 項與固體項之間的黏滯互制阻力參數 ($\xi=1,2$)	1. 蔡宏洋，土壤性質對非飽和土體沈陷之影響研究，國立成功大學水利及海洋工程學系碩士論文，2006。
S_ξ	$[-]$	流體 ξ 項的飽和度 ($\xi=1,2$)	2. 董佩榕，兩種非混合孔隙流體對非飽和孔隙介質沉陷之影響，國立成功大學水利及海洋工程學系碩士論文，2007。
\bar{t}_s	$[\frac{M}{LT^2}]$	固體項承受之應力張量	3. 胡思聰，西部沿海地區地層下陷問題與對策研析，財團法人國家政策研究基金會，2007。
\bar{u}_α	$[L]$	孔隙介質中 α 項的位移向量 ($\alpha=s,1,2$)	4. Berryman, J. G., L. Thigpen, and R. C. Y. Chin, Bulk elastic wave propagation in partially saturated porous solids, J. Acoust. Soc. Am., 84 (1), 360-373, 1988.
w	$[L]$	垂直方向沉陷量	5. Berryman, J. G., Confirmation of Biot's theory, Appl. Phys. Lett., 37(4), 382-384, 1980.
δ_s 、 δ_1 、 δ_2	$[-]$	孔隙變化之無因次參數，定義於方程式(4)	6. Biot, M.A., Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media, Journal of Applied Physics, 33 (4), 1482-1498, 1962.
$\bar{\delta}$	$[-]$	單位張量	7. Biot, M.A., Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, I. Low-frequency range, II. Higher frequency range, Journal of the Acoustical Society of America, 28 (2), 168-191, 1956.
ε_ξ	$[-]$	流體 ξ 項的體積應變量	8. Biot, M.A., General theory of three-dimensional consolidation, Journal of Applied Physics, 12, 155-164, 1941.
ζ	$[L]$	土壤總沉陷量	9. Brooks, R. H., and A. T. Corey, Hydraulic properties of porous media, Hydrol. Pap. 3, Civ. Eng. Dep., Colo. State Univ., Fort Collins, 1964.
η_ξ	$[\frac{M}{LT}]$	流體 ξ 項的動力黏滯係數 ($\xi=1,2$)	10. Burdine, N. T., Relative permeability calculations from pore size distribution data, Pet. Trans., 198, 71-77, 1953.
θ_ξ	$[-]$	流體 α 項的體積分量 ($\alpha=s,1,2$)	11. Chen, J., Hopmans, J. W. and Grismer, M. E., Parameter estimation of two-fluid capillary pressure-saturation and permeability functions, Advances in Water Resources, 22 (5), 479-493, 1999.
θ_2^s	$[-]$	濕潤性流體飽和體積分量	12. Chrysikopoulos, C.V., Vogler, E.T., Acoustically enhanced multicomponent NAPL ganglia
θ_2^r	$[-]$	濕潤性流體殘餘體積分量	
λ_n	$[-]$	參數	
m 、 n 、 λ	$[-]$	模合參數	
ρ_ξ	$[\frac{M}{L^3}]$	流體 ξ 項的密度 ($\xi=1,2$)	
$\bar{\tau}$	$[\frac{M}{LT^2}]$	總應力張量	
ϕ	$[-]$	孔隙率	
χ	$[\frac{1}{L}]$	模合參數	
下標符號 $\alpha=s,1,2$ 、 $\beta=s,b,1,2$ 、 $\xi=1,2$			
b		土壤基質	
s		土壤顆粒	
1		非濕潤性流體	
2		濕潤性流體	

- dissolution in water saturated packed columns, *Environmental Science and Technology*, 38 (10), 2940-2945, 2004.
13. Fabian, M., Kumpel, H.J., Poroelasticity: observations of anomalous near surface tilt induced by ground water pumping, *Journal of Hydrology*, 281 (3), 187-205, 2003.
 14. Gray, W. G., General conservation equations for multi-phase systems: 4. Constitutive theory including phase change, *Adv. Water Resour.*, 6, 130-140, 1983.
 15. Lake, L. W., *Enhanced Oil Recovery*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, N. J., 1989.
 16. Lo, W. C., C. L. Yeh, and C. T. Tsai, Effect of soil texture on the propagation and attenuation of acoustic wave at unsaturated conditions, *Journal of Hydrology*, 338, 273-284, 2007.
 17. Lo, W. C., Decoupling of the coupled poroelastic equations for quasistatic flow in deformable porous media containing two immiscible fluids, *Advances in Water Resources*, 29 (12), 1893-1900, 2006.
 18. Lo W-C, Sposito G, Majer E., Wave propagation through elastic porous media containing two immiscible fluids. *Water Resources Research*, 41:W02025, 2005.
 19. Mualem, Y., A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, *Water Resources Research*, 12 (3), 513-522, 1976.
 20. Rawls, W. J., J. R. Ahuja, and D. L. Brakensiek, Estimation soil hydraulic properties from soils data, *Proceedings of Workshop on Indirect Methods for Estimating the Hydraulic Properties of Unsaturated Soils*, Riverside, CA, 329-340, 1992.
 21. Terzaghi, K., *Theoretical Soil Mechanics*, John Wiley, New York, 1943.
 22. Tuncay, K., and M. Y. Corapcioglu, Consolidation of elastic porous media saturated by two immiscible fluids, *Journal of Engineering Mechanics*, 122 (11), 1077-1085, 1996.
 23. van Genuchten, M. T., A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 44 (5), 892- 898, 1980.
 24. Wang, K., Davis, E.E., Theory for the propagation of tidally induced pore pressure variations in layered subseafloor formations, *Journal of Geophysical Research*, 101 (B5), 11483-11496, 1996.
 25. Das, B. M., *Advanced Soil Mechanics* (3rd ed.), Taylor and Francis, New York, 2008.

收稿日期：民國 100 年 12 月 16 日

修正日期：民國 101 年 1 月 2 日

接受日期：民國 101 年 1 月 4 日